

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ  
МАРИЙСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ  
Волжский филиал

**Курс лекций по дисциплине**  
**«ГИДРАВЛИКА»**  
(34 часа)

к.т.н. Борисов Юрий Алексеевич

г. Волжск, 2010 г.

## Содержание:

<b>Лекция № 1</b> (3 ч.) Общие сведения по гидравлике. Понятие об «идеальной» жидкости. Физические свойства жидкостей.	3
<b>Лекция № 2</b> (2 ч.) Гидростатика. Дифференциальное уравнение равновесия Эйлера. Основное уравнение гидростатики. Сила давления жидкости на дно и стенки сосудов.	6
<b>Лекция № 3.</b> (2 ч.) Гидродинамика. Поток жидкости и его параметры. Виды и режимы течения жидкости.	7
<b>Лекция № 4.</b> (3 ч.) Основные законы гидродинамики – уравнения расхода, неразрывности потока, уравнения переноса количества движения (Навье-Стокса). Уравнение Бернулли для элементарной струйки идеальной жидкости и для потока реальной жидкости.	9
<b>Лекция № 5.</b> (2 ч.) Метод обобщенных переменных (основы теории подобия). Преобразование дифференциальных уравнений методами теории подобия. Общее критериальное уравнение гидродинамического подобия. Частные случаи.	11
<b>Лекция № 6.</b> (4 ч.) Гидравлическое сопротивление трубопроводов и аппаратов. Потери напора по длине потоков.	13
<b>Лекция № 7.</b> (4 ч.) Гидродинамика зернистых сред.	16
<b>Лекция № 8.</b> (2ч.) Перемешивание в жидких средах. Виды перемешивания. Интенсивность и эффективность перемешивания. Механическое перемешивание. Расход энергии на перемешивание.	19
<b>Лекция № 9.</b> (4 ч.) Транспортирование жидкостей. Классификация насосов. Основные параметры насосов: производительность, напор, мощность, КПД.	21
<b>Лекция № 10.</b> (4 ч.) Сжатие и перемещение газов. Особенности рабочего процесса компрессорных машин. Рабочие параметры и классификация компрессорных машин.	26
Резерв времени - 4ч.	
Литература	30
Основные формулы	31

# Гидравлика

Гидравлика – это изучающая равновесие и движение жидкости прикладная гидромеханика, законы которой применяются для решения задач преимущественно инженерного характера.

К числу таких задач относятся: расчёт гидравлических сопротивлений при движении жидкости или газа по трубе; расчёт средних скоростей движения по трубе и расходов жидкости; определение скоростей истечения и т.п. Гидравлика разделяется на гидростатику и гидродинамику.

## **Лекция № 1 (2 ч ). Общие сведения по гидравлике. Понятие об «идеальной» жидкости. Физические свойства жидкостей.**

Жидкости делятся на упругие (газы и пары) и капельные. Капельной жидкостью называется непрерывная среда, обладающая свойством текучести, т.е. способностью неограниченно менять свою форму под действием сколько угодно малых сил, но в отличие от газа мало изменяющая свою плотность при изменении давления.

Сжимаемостью называется свойство жидкости изменять свою плотность при изменении давления и температуры. Если плотность не меняется при изменении давления, она называется несжимаемой. Жидкость, плотность которой зависит от давления, называется сжимаемой. К сжимаемым жидкостям относятся газы и пары. Они также называются упругими жидкостями. Идеальная жидкость – это абсолютно несжимаемая, абсолютно не вязкая и абсолютно нетеплопроводная жидкость. В природе таких жидкостей не существует. Реальные жидкости обладают сжимаемостью, вязкостью и теплопроводностью, однако решение ряда теоретических вопросов в гидравлике значительно облегчается при использовании идеальной жидкости.

Идеальный газ - это такой газ, в котором отсутствует взаимодействие молекул. Такой газ подчиняется уравнению Менделеева-Клапейрона. Реальные газы близки к свойствам идеального газа при низких давлениях, и температурах, далеких от температур конденсации.

### Физические свойства жидкостей:

Плотность:  $\rho = \frac{m}{V}$ ;  $[\rho] = \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$ ,

$m$ - масса, кг,

$V$ -объем,  $\text{м}^3$ .

Плотность чистых веществ берут из справочников.

Плотность смесей вычисляют из равенства  $m = m_1 + m_2 + \dots + m_n$ ,

откуда :  $\rho = \alpha_1 \rho_1 + \alpha_2 \rho_2 + \dots + \alpha_n \rho_n$  , где  $\alpha_i = \frac{V_i}{V}$  – объемная доля  $i$ -го компонента смеси.

Сжимаемость газа :  $\rho = \rho_0 \{ [273/(273 + t)] (\frac{P}{P_0}) \}$  – зависимость плотности от давления и температуры для газа.

Молярная масса смеси :  $M = \alpha_1 M_1 + \alpha_2 M_2 + \dots + \alpha_n M_n$ .

$M_i$  – молярные массы компонентов.

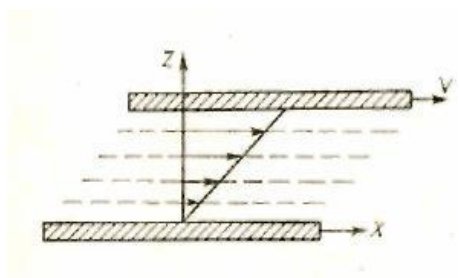
Плотность капельной жидкости зависит только от температуры :

$$\rho_t = \rho_{90} - A(t - 90) - B(t - 90)^2 ;$$

$A$  и  $B$  - коэффициенты : Для  $t = 40 \div 130$   $A=0,65$  ;  $B=0,0025$ .

Вязкость. В зависимости от природы жидкостей и возникающих при их движении сил внутреннего трения все жидкости делятся на ньютоновские и неньютоновские. Первые подчиняются закону вязкого течения Ньютона, вторые – не подчиняются ему.

Вязкость ньютоновских жидкостей. Силы действующие в реальной жидкости.



Пусть между двумя одинаковыми пластинами заключена жидкость. Приведём верхнюю пластину в движение со скоростью  $v$ , а нижняя остаётся неподвижной. Молекулы жидкости, прилипшие к верхней пластине, будут увлекаться ею ( $v$ ), и в свою очередь увлекать молекулы нижележащего слоя, и т.д. При этом слои с меньшей скоростью будут оказывать тормозящее действие на слои, имеющие большую скорость. Возникающая здесь сила трения определяется уравнением Ньютона:

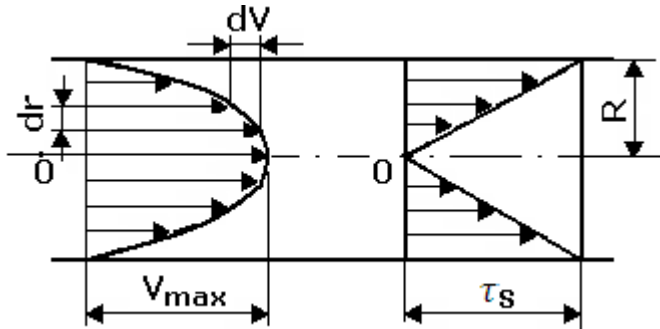
$$F = \mu S v / \ell - \text{закон вязкого трения} ,$$

где,  $v$  - разность скоростей движения пластин;  $\ell$ - толщина слоя жидкости;

$S$  – поверхность одной пластины;  $\mu$  - коэффициент динамической вязкости или просто динамическая вязкость.

Сила вязкости, отнесённая к площади соприкосновения слоев называется касательным напряжением:  $\tau = \frac{F}{S}$ , тогда  $\tau = \mu v / \ell$ .

Например, движение жидкости по трубе, изображено схематично на рис.



Для бесконечно тонкого слоя жидкости  $dr$  изменение его скорости равно  $dv$ , тогда формула Ньютона :  $\tau = \mu \frac{dv}{dr}$ ,  $\frac{dv}{dr}$  – градиент скорости.

Градиент скорости на оси равен нулю.

$$[\mu] = \frac{[\tau]}{[\frac{dv}{dr}]} = \frac{1 \text{ Па}}{1 \frac{\text{м}}{\text{с}} / \text{м}} = \text{Па} \cdot \text{с}.$$

Часто выражают:  $[\mu] = \text{мПа} \cdot \text{с}$ ;  $1 \text{ мПа} \cdot \text{с} = 1 \text{ сПз}$ .

Величина, обратная вязкости, называется текучестью.

Кинематическая вязкость:  $\nu = \frac{\mu}{\rho}$ ;  $[\nu] = \frac{\text{м}^2}{\text{с}}$ .

Вязкость газов в зависимости от температуры ( $\mu_t$ )

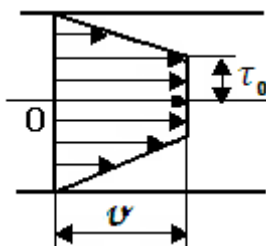
$$\mu_t = \mu_0 \frac{273 + C_\mu}{T + C_\mu} \left( \frac{T}{273} \right)^{3/2},$$

где  $\mu_0$  - вязкость при нормальных условиях,  $C_\mu$  - константа (из табл.),  $T$  - абсолютная температура.

Вязкость разбавленных суспензий:  $\mu_c = \mu(1 + 2,5\varphi)$ , где  $\varphi$  - объёмная доля твердой фазы,  $\varphi < 0,1$ .

Вязкость неньютоновских жидкостей.

К ним относятся : пастообразный клей, целлюлозная, бумажная масса в виде суспензий и др. Такие жидкости называются бингамовскими, а их течение пластическим. Пластическое течение подчиняются уравнению, аналогичному



уравнению Ньютона:  $\tau - \tau_0 = \eta \frac{dv}{dr}$ ,

где  $\tau_0$  – критическое напряжение;  $\eta$  - коэффициент пластичности, аналогичный коэффициенту вязкости.

Зависимость вязкости пластичных жидкостей от характерных параметров пластического течения

выражается формулой:

$$\mu = \frac{\tau_0}{6\nu} + \eta,$$

где  $d$  - диаметр трубы,  $v$  - средняя скорость движения, величины  $\eta$  и  $\tau_0$  - постоянны для каждой пластичной жидкости.

#### Поверхностное натяжение. Сила поверхностного натяжения.

На поверхности жидкости молекулы сильнее притягиваются внутрь жидкости, и их часть переходит туда, поэтому поверхность жидкости находится в состоянии своеобразного натяжения. Совершаемая при этом работа, отнесённая к единице поверхности, называется поверхностным натяжением:  $\sigma = \frac{A}{S}$ ;  $[\sigma] = \frac{Дж}{м^2} = \frac{Н}{м}$ ,  $\sigma$ - коэффициент поверхностного  $S$  натяжения. Поверхностное натяжение может быть определено через увеличение поверхности, при котором совершаемая работа расходуется на увеличение поверхностной энергии. Коэффициент поверхностного натяжения может быть выражен через силу поверхностного натяжения ( $F$ ), деленную на длину ( $\ell$ ) границы поверхностного слоя:  $\sigma = \frac{F}{\ell}$ .

### **Лекция № 2 ( 2ч ). Гидростатика. Дифференциальное уравнение равновесия Эйлера. Основное уравнение гидростатики. Сила давления жидкости на дно и стенки сосудов .**

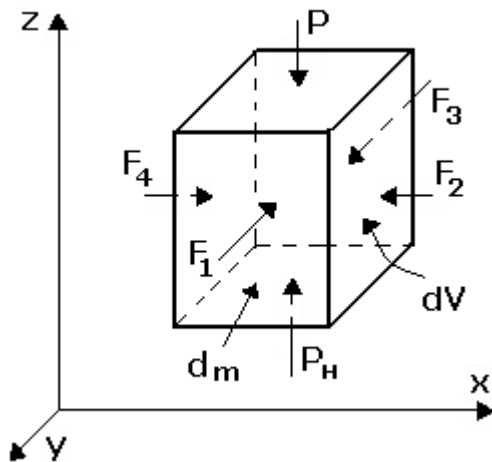
Гидростатика – это раздел гидромеханики, изучающий равновесие жидкости и равновесие твердых тел, полностью или частично погружённых в жидкость.

Гидростатическое давление – это давление, которое оказывает неподвижная жидкость на дно и стенки сосуда, а также нижележащие слои жидкости. Оно всегда направлено нормально к площадке, на которую оно действует. Если  $G$  – сила, действующая на выделенную в жидкости элементарную площадку  $\Delta S$ , то среднее гидростатическое давление:  $p = \frac{G}{\Delta S}$ .  $[p] = \text{Па}$ . Если - в точке, то  $\Delta S \rightarrow 0$ . Давление в точке жидкости одинаково во всех направлениях. Техническая атмосфера:  $1 \frac{\text{кгс}}{\text{см}^2} = 10^5 \text{Па} = 1 \text{ ат}$ . Если абсолютное давление над жидкостью ( $p_{\text{абс}}$ ) больше атмосферного ( $B$ ), то избыточное давление будет  $p_{\text{изб}} = p_{\text{абс}} - B$ . Вакуум:  $p_{\text{вак}} = B - p_{\text{абс}}$ , Внутри жидкости давление в точке будет:

$p_{\text{абс}} = B + p_{\text{изб}} + p$  или  $p_{\text{абс}} = B - p_{\text{вак}} + p$ , где  $p$  - гидростатическое давление

Уравнение Эйлера. В жидкости, находящейся в равновесии, выделим элементарный объём  $dV$  в виде параллелепипеда со сторонами  $\Delta x$ ,  $\Delta y$ ,  $\Delta z$ ; рассмотрим условия его равновесия, если сила тяжести действует по оси  $z$ .

Обозначения :  $\Delta m$  – масса элементарного объёма;  $\rho$  - плотность жидкости;  $p$  – давление на верхнюю грань;  $F_1, F_2, F_3, F_4$  - силы, действующие на вертикальные грани;  $p_n$  – давление на нижнюю грань. Условием равновесия элементарного объёма будет равенство:



$$-F_1 - F_2 + F_3 + F_4 + (p - \Delta p)\Delta x \cdot \Delta y - gdm - p \cdot \Delta x \cdot \Delta y = 0.$$

Здесь силы:  $-F_1 - F_2 + F_3 + F_4 = 0$ , а  $dm = \rho \Delta x \cdot \Delta y \cdot \Delta z$ , тогда получим :  $-\Delta p - g \rho \Delta z = 0$

или  $-\frac{\Delta p}{\Delta z} - g \rho = 0$ , при  $\Delta z \rightarrow 0$ , получим

$$-\frac{dp}{dz} - g \rho = 0; \text{ или } dz = -\left(\frac{1}{g \rho}\right) dp - \text{это}$$

дифференциальное уравнение Эйлера.

Его смысл заключается в том, что любое изменение положения данной точки жидкости, находящейся в равновесии, приводит к изменению гидростатического давления в этой точке. Знак минус указывает на то, что с увеличением высоты положения точки давление в ней уменьшается. После интегрирования последнего уравнения, получим:

$$\boxed{\frac{p}{g \rho} + z = const} - \text{это основное уравнение гидростатики, уравнение Эйлера.}$$

$\frac{p}{g \rho}$  - пьезометрическая высота (от слова давление), м;  $z$  – геометрическая высота, м.

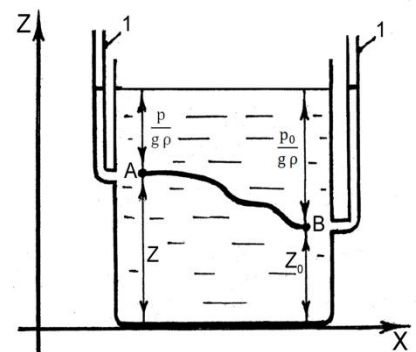
Умножив обе части уравнения на силу тяжести частицы  $G = mg$ , получим:

$$\frac{pG}{g \rho} + zG = const \rightarrow pV + zG = const. \text{ Здесь } pV -$$

представляет собой работу на создание давления в объеме  $V$  частицы, а  $zG$  - работу, которая может быть затрачена на подъем этой частицы на высоту  $z$ .

Основное уравнение может быть представлено в другом виде: обозначим  $p$  и  $p_0$  - давления на глубине и на поверхности жидкости.

$\frac{p}{g \rho} + z = \frac{p_0}{g \rho} + z_0$ ,  $p = p_0 + (z_0 + z)g$ ,  $\boxed{p = p_0 + g \rho h}$  - ещё один вид основного уравнения гидростатики.



К объяснению уравнения Эйлера (1-пьезометр)

Это уравнение позволяет определить силу давления жидкости на дно и стенки сосудов, а также плоскую наклонную поверхность внутри жидкости.

### Лекция № 3 (2 ч ). Гидродинамика. Поток жидкости и его параметры. Виды и режимы течения жидкости.

Гидродинамика – раздел механики, изучающий движение жидкостей и газов (в интервале дозвуковых скоростей а также их взаимодействие с твердыми и жидкими телами, находящимися в жидкости или газе).

Движение жидкостей, называемое потоком жидкости, происходит по открытым или закрытым каналам (трубопроводам). Движение жидкости, не имеющей открытой поверхности, называется напорным движением. Напорные потоки занимают весь объём закрытого трубопровода. Движение по рекам, лоткам, каналам называется безнапорным. Движение жидкости, при котором её скорость в любой точке занятого жидкостью пространства, не меняется во времени, называется установившимся или стационарным движением. Поверхность, проведённая нормально к направлению движения жидкостей, называется поперечным или живым сечением потока. Линия, по которой ограничивается живое сечение потока жидкости, называется смоченным периметром.

Отношение живого сечения  $S$  к смоченному периметру называется гидравлическим радиусом:  $r_r = \frac{F}{\Pi}$ . Для круглой трубы диаметром ( $d$ ): живое сечение  $S = \frac{\pi d^2}{4}$ , смоченный периметр  $\Pi = \pi d$ ; гидравлический радиус равен:  $r_r = \frac{\pi d^2}{4} ; \pi d = \frac{d}{4}$ ; отсюда  $d = 4r_r$ . ← Учетверенный гидравлический радиус – называется эквивалентным диаметром ( $d_{э\text{кв}}$ ).

Объём жидкости, приходящей через живое сечение в единицу времени называется расходом жидкости (или производительностью):

$$\boxed{Q = \frac{V}{t}}; [Q] = \frac{\text{м}^3}{\text{с}}. \text{ Весовой (массовый) расход: } \boxed{G = \nu S \rho}; [G] = \frac{\text{кг}}{\text{с}}.$$

Уравнение Пуазейля для расхода жидкости (объёмного) в круглой трубе:

$$Q = \frac{\pi d^4 \Delta p}{128 \mu \ell}.$$

Средняя скорость потока равна:  $\nu = \frac{Q}{S}$ . Её связь с максимальной скоростью:  $\nu = \frac{\nu_{\text{max}}}{2}$ . Расход:  $Q = \nu \cdot S$ .

Примерные скорости движения воды по трубам: во всасывающих трубах  $(0,8 - 2) \frac{\text{м}}{\text{с}}$ ; при нагнетании  $(1,5 - 3) \frac{\text{м}}{\text{с}}$ , и до  $40 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ .

Режимы движения вязких жидкостей. Существует ламинарный и турбулентный режимы движения. При медленном движении жидкости в



прямолинейном трубопроводе движение является ламинарным. При ламинарном течении слои жидкости скользят друг по другу, не перемешиваясь. С увеличением скорости в отдельных слоях образуются вихри, за счет чего слои жидкости перемешиваются. Такое движение называется турбулентным. Ученый Рейнольдс провел опыт, в котором струи жидкости в трубе были окрашенными. Он установил, что при увеличении скорости ( $v$ ) течения, диаметра трубки ( $d$ ) и плотности жидкости ( $\rho$ ) и при уменьшении её вязкости ( $\mu$ ) до определенного критического значения, ламинарный режим переходит в турбулентный. Рейнольдс получил количественную характеристику, которая была названа критерием Рейнольдса:

$$Re = \frac{v \rho \ell}{\mu}, \text{ где } \ell - \text{характерный}$$

линейный размер, или  $d$  - диаметр круглой трубы. Для некруглой трубы  $d_{\text{экв}}$  - эквивалентный диаметр. Поскольку  $\frac{\mu}{\rho} = \nu$  - кинематическая вязкость, то

$$Re = \frac{v d_{\text{экв}}}{\nu}.$$

$Re$  – величина безразмерная. Экспериментально показано, что ламинарный поток в трубе сохраняется до  $Re \leq 2300$ , а при  $Re \geq 10000$  устанавливается турбулентный режим, между 2300 и 10000 – переходный режим.

При движении пластичных жидкостей также наблюдаются ламинарный и турбулентный режимы движения. При ламинарном течении пристенная пленка жидкости в трубе не содержит твердой фазы и играет роль смазки, также и при турбулентном движении, только при ламинарном движении толщина пограничной пленки стремится к нулю.

**Лекция № 4 (2 ч). Основные законы гидродинамики – уравнения расхода, неразрывности потока, переноса количества движения (Навье-Стокса). Уравнение Бернулли для элементарной струйки идеальной жидкости и для потока реальной жидкости.**

Основные законы и уравнения гидродинамики.

Уравнения расхода:  $Q = v \cdot S$ ,  $G = v \cdot S \cdot \rho$  – см. ранее.

Если частица жидкости весом  $G$  движется со скоростью  $v$ , то кинетическая энергия частицы  $\frac{G v^2}{2g} = \frac{m v^2}{2} = E_k$ . Сила вязкости, отнесенная к единице поверхности:  $F = \mu \frac{dv}{dr}$ . Рассмотрим установившееся движение частиц идеальной жидкости весом  $G$  вдоль вертикальной оси  $z$ . В данный момент времени  $v$  - её скорость,  $\rho$  - плотность,  $p$  – давление,  $z$  – расстояние от произвольной горизонтальной плоскости. При перемещении жидкости

изменение её потенциальной энергии, взятой с противоположным знаком, равно изменению её кинетической энергии:

$$-\frac{d\left(\frac{p}{g\rho}+z\right)}{dz} = \frac{d\left(\frac{v^2}{2g}\right)}{dz}.$$

После дифференцирования:  $-1 - \frac{1}{g\rho} \cdot \frac{dp}{dz} = \frac{1}{g} \cdot v \frac{dv}{dz}$ , откуда:  $-g\rho - \frac{dp}{dz} = \rho v \frac{dv}{dz}$

- это уравнение Эйлера, смысл которого заключается в превращении потенциальной энергии в кинетическую.

### Уравнение переноса количества движения – Навье-Стокса.

Если дополнить уравнение движения Эйлера (для реальной жидкости) частью, учитывающей расход энергии на преодоление силы трения, вызванной вязкостью жидкости, то получим:

$$\boxed{-g\rho - \frac{dp}{dz} + \mu \frac{d^2 v}{dr^2} = \rho v \frac{dv}{dz}}$$
 - это и есть уравнение Навье-Стокса. Уравнение

Эйлера и Навье-Стокса представлены в упрощенном виде для одномерного движения, поэтому они для практических расчетов непригодны. Однако, они будут использованы для вывода уравнения Бернулли:

Из уравнения Эйлера, получим :  $dz + \frac{1}{g\rho} \cdot dp + \frac{1}{g} d\left(\frac{v^2}{2}\right) = 0$ .

Заменим дифференциалом суммы, и после интегрирования получим:

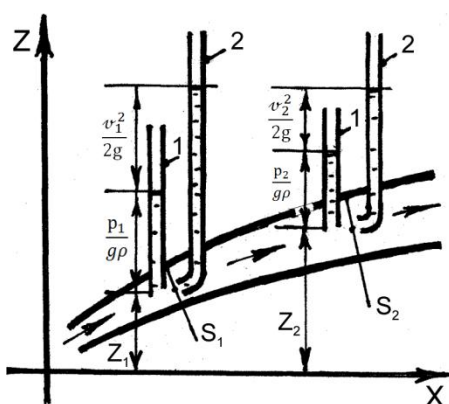
$$\boxed{z + \frac{p}{g\rho} + \frac{v^2}{2g} = const = H}$$
 -это уравнение

Бернулли для идеальной жидкости, оно показывает, что удельная энергия идеальной жидкости равна сумме

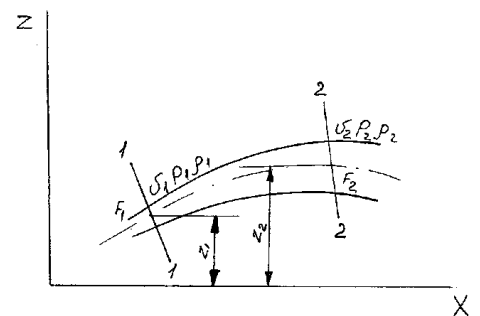
потенциальной и кинетической энергии для любого сечения потока. Или: сумма гидростатического напора и гидродинамического (скоростного) есть величина постоянная.

Для двух сечений (рис.) трубопровода по уравнению Бернулли справедливо  $H_1 = H_2$  :

$$\boxed{\frac{v_1^2}{2g} + \frac{p_1}{g\rho} + z_1 = \frac{v_2^2}{2g} + \frac{p_2}{g\rho} + z_2}.$$



К объяснению уравнения Бернулли идеальной жидкости (1-пьезометр, 2- трубка Пито)



При движении реальной жидкости часть гидродинамического напора затрачивается на преодоление сил трения, поэтому потеря напора будет  $h$  метров и уравнение Бернулли для реальной жидкости будет :

$$\boxed{\frac{v_1^2}{2g} + \frac{p_1}{g\rho} + z_1 = \frac{v_2^2}{2g} + \frac{p_2}{g\rho} + z_2 + h}.$$

Уравнение неразрывности потока. Составим уравнение материального баланса участка трубопровода между двумя сечениями : приход:  $G_1 = v_1 S_1 \rho_1$  , а расход :  $G_2 = v_2 S_2 \rho_2$  . Приход равен расходу, т.е.  $G_1 = G_2$  и тогда :

$\boxed{vS\rho = const}$  – уравнение неразрывности потока в общем виде для сжимаемой жидкости. Для несжимаемой жидкости :  $\boxed{vS = const}$  .

**Лекция № 5 (3 ч ). Метод обобщенных переменных (основы теории подобия). Преобразование дифференциальных уравнений методами теории подобия. Общее критериальное уравнение гидродинамического подобия. Частные случаи.**

Основы теории подобия. Условия подобия: Физически подобными называются явления одного и того же физического характера, протекающие в геометрически подобных системах (например аппаратах), если величины, обуславливающие ход процесса, во всех сходных точках систем являются пропорциональными. Отношения одноименных физических величин в сходственных точках подобных систем называются константами подобия (или инвариантами подобия). Слово «инвариантность» означает «одинаковость». Инвариант подобия может представлять и отношение произведений нескольких разноименных величин. Такой инвариант называется критерием подобия. Это величина безразмерная. Равенства критериев подобия в системах это лишь необходимое но недостаточное условие подобия. Дополнительно нужно, чтобы состояние системы было подобно на временных границах: в начальной и конечной стадиях.

Критерии гидродинамического подобия.

Они могут быть получены методом подобного преобразования уравнения Навье-Стокса, или путем анализа размерностей. Разделив уравнение Навье-Стокса на  $\rho v \frac{dv}{dz}$  получим:  $-\frac{g\partial z}{v\partial v} - \frac{\partial p \cdot \partial z}{\partial z \cdot \rho \cdot v \cdot \partial v} + \mu \frac{\partial^2 v \cdot \partial z}{\partial r^2 \cdot \rho \cdot v \cdot \partial v} = 1$ .

Слагаемые этого уравнения безразмерны и из них можно получить частные случаи критериев подобия. Для этого нужно вычеркнуть все символы дифференцирования и все линейные размеры привести к характерной для данной задачи линейной величине:  $z = r = \ell$  . Из первого слагаемого получим :

$\boxed{\frac{g\ell}{v^2} = Fr}$  - критерий Фруда. Он характеризует отношение сил тяжести к силам инерции потока. Из второго слагаемого получим :  $\boxed{\frac{p}{\rho v^2} = Eu}$  -критерий Эйлера, характеризующий отношение сил давления к инерционным силам. Чаше это уравнение используют заменив  $p$  на  $\Delta p$  –перепад давлений.

Следующий критерий :  $\frac{\mu}{v \cdot \rho \ell} = \frac{1}{Re}$  , - величина, обратная критерию Рейнольдса

$\boxed{Re = \frac{v \cdot \rho \ell}{\mu}}$  - критерий Рейнольдса характеризует отношение сил инерции потока к силам вязкости.

В практических расчетах применяют также различные сочетания полученных критериев. Произведение  $\boxed{Fr \cdot Re^2 = \frac{g\ell^3 \rho^2}{\mu^2} = Ga}$  - критерий Галилея. Он характерен тем, что в него не входит скорость движения. Если движение происходит за счет разности плотностей жидкостей (например, при отстаивании), то такое движение характеризует критерий Архимеда:

$$\boxed{Ar = Ga \cdot \frac{\rho_1 - \rho}{\rho} = \frac{g\ell^3 \rho (\rho_1 - \rho)}{\mu^2}}.$$

Величина безразмерная  $\frac{v \cdot \tau}{\ell} = Ho$  при неустановившемся движении называется критерием гомохронности.

Общее критериальное уравнение гидродинамического подобия :

$$\boxed{\varphi(Ho, Eu, Fr, Re) = 1; \quad Eu = f(Ho, Fr, Re, \frac{\ell}{d})}$$

Вывод критериев подобия методом анализа размерностей основан на том, что критерий – величина безразмерная. Если известны физические и линейные величины, от которых зависит процесс, то соответствующим сочетанием этих величин можно получить безразмерные комплексы, которые и будут критериями подобия.

Как устанавливаются новые неизвестные ранее критериальные уравнения?

Количественные связи обобщенных переменных устанавливаются путем теоретического анализа и с помощью эксперимента. Эти связи носят название критериальных уравнений, например типа  $Eu = f(Re, Fr \dots)$  или  $Nu = f(Re, Pr, \dots)$ . Полученные уравнения справедливы («работают») для подобных процессов (в гидравлике – для течений, в теплообмене – процессов теплопереноса определенного типа и др.) в найденных теоретических или

проверенных экспериментально диапазонах изменения обобщенных переменных. Критериальные уравнения за пределами установленных диапазонов теряют надежность. При эмпирическом подходе эти связи между величинами и критериями часто представляют в степенном виде, т.к. они удобны, поскольку в логарифмических координатах они изображаются прямыми линиями. На основе подобных графиков устанавливают границы применимости критериальных уравнений по областям отклонения от линейных зависимостей.

Значение теории подобия. При разработке новых технологий экспериментирование обычно проводится на модельных аппаратах. Полученные данные будут верны только для тех условий, в которых они получены и не могут быть распространены на объекты больших размеров. Таким образом, чисто экспериментальный, а также чисто теоретический подходы оказываются малоэффективны. В таких случаях используют методы теории подобия, которые основаны на совмещении теоретических и экспериментальных данных. Экспериментальные данные обрабатываются в критериальном виде, выводятся критериальные уравнения и данные переносятся на промышленный объект больших размеров.

Наряду с достоинствами метод теории физического подобия имеет некоторые недостатки. В частности, применение метода к химическим процессам и процессам, протекающим в многофазных системах, довольно затруднительно. Перспективным методом является математическое моделирование и реализации полученных уравнений на ЭВМ.

## **Лекция № 6 (3 ч). Гидравлическое сопротивление трубопроводов и аппаратов. Потери напора по длине потоков.**

Правильный учет потерь напора при движении жидкостей и газов по трубопроводам очень важен при подборе насосов и вентиляторов. При равномерном движении потери напора обуславливаются: 1) трением жидкости о стенки трубы, 2) взаимным трением слоев и 3) местными сопротивлениями.

Потери напора на трение. Ламинарное движение для бесконечно тонкого слоя ( $dr$ ), средняя линия которого расположена на расстоянии  $r$  от оси трубы, сила трения, по закону Ньютона, равна :  $F = 2\pi r L \tau = \mu \cdot 2\pi r L \frac{dv}{dr}$ ,

где  $\tau = \mu \frac{dv}{dr}$  - касательное напряжение,  $\mu$  - динамическая вязкость,  $L$  - длина трубы,  $dv$  - изменение скорости по толщине слоя. Для преодоления этой силы расходуется напор, равный  $\Delta p$ . Сила этого напора, равная силе трения, но противоположная ей по направлению, т.е. :  $F = -\Delta p \pi r^2$ . Подставив это в

уравнение Ньютона, получим :  $\mu \cdot 2\pi r L \frac{dv}{dr} = -\Delta p \pi r^2$  , или  $-2\mu L dv = \Delta p r dr$  .

Проинтегрировав это выражение

$$2\mu L \int_0^{v_{max}} dv = \Delta p \int_0^R r dr , \text{ или } 2\mu L v_{max} = \Delta p R^2 / 2,$$

учитывая, что  $R = \frac{d}{2}$  и  $v_{max} = 2v$  , получим :  $\Delta p = \frac{32\mu L v}{d^2}$  . Далее умножим и разделим числитель и знаменатель полученного уравнения на число  $(Re \cdot 2)$  ;

$$\Delta p = \frac{32\mu L v}{d^2} \cdot \frac{2 \cdot v \rho d}{2Re} . \text{ Отсюда } \boxed{\Delta p = \frac{64}{Re} \cdot \frac{L}{d} \cdot \frac{v^2 \rho}{2}} , \text{ обозначив } \lambda = \frac{64}{Re} ; \boxed{\Delta p = \lambda \frac{L}{d} \cdot \frac{v^2 \rho}{2}}$$

Для труб некруглого сечения  $\boxed{\lambda = \frac{A}{Re}}$  , A - берется из справочников. Поскольку

$$\Delta p = g \rho h_T \text{ (где } h_T \text{ - потери напора на трение), то : } \boxed{h_T = \lambda \frac{L}{d} \cdot \frac{v^2}{2g}}$$

Потери напора на трение при турбулентном движении.

При движении по гладким трубам: (надо найти экспериментально значения  $\lambda$ )

$$\lambda = \frac{0,3164}{\sqrt[4]{Re}} ; Re > 2300, \text{ но } < 100000, \quad \text{при} \quad Re > 100000 \quad \lambda = \frac{1,01}{(\lg Re)^{2,5}} ;$$

$$\lambda = \frac{0,303}{(\lg Re - 0,9)^2} - \text{ для гладких газопроводов. При движении пара и } Re > 10000$$

применима формула  $\lambda = 0,027 \left(1 - \frac{0,144}{d}\right)$  , для шероховатых труб используют поправочный коэффициент.

Потери напора на местных сопротивлениях. Местными называются такие сопротивления, которые возникают при изменениях направления или сечения потока. (Это - повороты труб, вентили, задвижки, различные дросселирующие устройства и т.п.) Местные сопротивления определяются по формуле

$$h_m = \frac{v^2}{2g} \sum k ,$$

где  $\sum k = k_1 + k_2 + \dots + k_n$  – сумма коэффициентов местных сопротивлений, определяемых из таблиц.

Иногда местные сопротивления учитывают как потерю на трение с эквивалентной длиной  $L_{\text{ЭКВ}}$  .

Общие потери напора участков трубопровода с постоянной скоростью движения равны сумме потерь на трение и на местные сопротивления :

$$h = \frac{v^2}{2g} \left(1 + \lambda \frac{L}{d} + \sum k\right)_{\text{м}}, \text{ или}$$

$$\Delta p = \frac{v^2 \rho}{2} \left(1 + \lambda \frac{L}{d} + \sum k\right) \frac{H}{m^2} .$$

Потери напора на трение и на местных сопротивлениях, с точки зрения энергетических превращений, обусловлены частичным превращением

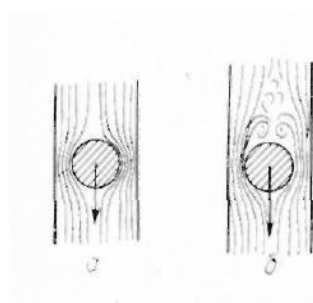
кинетической энергии потока жидкости во внутреннюю (тепло). Поток жидкости и трубопровод при этом немного нагреваются. Далее тепло рассеивается в окружающем пространстве.

Движение пластичных жидкостей. Для этого случая расчет сопротивлений производится по тем же формулам, что и для вязкой жидкости. При этом ( $Re \leq 2000$ ) и коэффициент трения определяют по той же формуле, что и для ламинарного течения, т.е. :  $\lambda = \frac{64}{Re}$  . При вычислении  $Re$  сначала определяют плотность ( $\rho$ ) и вязкость жидкости ( $\mu$ ) .

В случае турбулентного течения пластичной жидкости ( $Re \geq 3000$ ) коэффициент трения  $\lambda$  определяется по формулам турбулентного движения вязкой жидкости. При расчете числа  $Re$  здесь можно брать не вязкость взвеси или суспензии, а просто вязкость чистой жидкости (например, воды).

Движение частиц в жидкости и газе. Это движение твердых и жидких частиц в жидкости или газе. Сюда относятся процессы отстаивания жидкостей и газов, очистка газов капельным потоком жидкости, эмульгирование, диспергирование, экстракция, воздушное перемешивание абсорбция и т.п. Рассмотрим наиболее распространенный случай – движение твердых частиц в жидкости и газе. Здесь наблюдается также ламинарный, переходной и турбулентный режимы. Количественной их характеристикой по прежнему является критерий  $Re = \frac{v\rho d}{\mu}$  ,  $v$  – относительная скорость движения частиц и среды ;  $\rho$  и  $\mu$  - плотность и вязкость среды ,  $d$  - диаметр частицы .

Если частица имеет нешарообразную форму, то подставляется эквивалентный диаметр, равный  $d_{\text{экв}} = (1,24) \sqrt[3]{\frac{G}{g\rho}}$  , где  $G, \rho$  – вес (сила тяжести) и плотность частицы. Ламинарный поток – при  $Re = 10^{-4} \div 0,4$  , чисто турбулентный – при  $Re = 1000 \div 2 \cdot 10^5$  . При  $Re = 0,4 \div 1000$  - режим переходной. Примеры движений частиц при (а) ламинарном и (б) турбулентном режимах.



При турбулентном движении происходит интенсивное вихреобразование и смешивание слоев жидкости за частицей, на что расходуется часть её энергии. Независимо от режима движения и формы частиц, сила сопротивления среды может быть определена по уравнению Ньютона:  $F = \lambda \cdot \frac{\pi d_{\text{экв}}^2}{4} \cdot \frac{v^2 \rho}{2}$  , где  $\lambda$  -

коэффициент сопротивления среды (безразмерный).

Для частиц шаровой формы  $d_{\text{экв}} = d$  , и коэффициенты сопротивления равны : для  $Re < 2$  (ламинарный режим)  $\lambda = \frac{24}{Re}$  ;

для  $Re = 2 \div 500$  (переходной режим)  $\lambda = \frac{18,5}{Re^{0,6}}$  ;

для  $Re > 500$  (турбулентный режим)  $\lambda = 0,44$ .

Интервалы приведены, принятые на практике при допустимых погрешностях. Для нешарообразных частиц коэффициент сопротивления зависит от коэффициента формы ( $\Phi$ ), равный отношению поверхности шара такого же объёма как частицы ( $S$ ) к поверхности частицы ( $S_{\text{ч}}$ ):  $\Phi = \frac{S}{S_{\text{ч}}}$ .

Для  $Re < 0,05$  величина  $\lambda = \frac{24}{0,843(\lg \Phi + 1,187) \cdot Re}$ ;

Для  $Re = 2000 \div 200000$ ,  $\lambda = (5,31 \div 4,88)\Phi$ .

Для  $Re = 1 \div 1000$ ,  $\lambda$  определяется по таблице.

### Лекция № 7 (3 ч). Гидродинамика зернистых сред.

Течение жидкости через неподвижные зернистые слои и пористые перегородки. Сопротивление неподвижного зернистого слоя.

Движение жидкостей через пористый слой называется фильтрацией. Отсюда ясно, какова область распространения этого вида движения жидкости. Пусть пористый слой состоит из частиц произвольной формы. Отношение величины пустого пространства ( $V_{\text{св}}$ ) к общему объёму ( $V$ ) слоя называется относительным свободным объёмом или пористостью слоя ( $\xi$ ).  $[\xi] = \text{м}^3/\text{м}^3$ . Отношение сечения каналов ( $S_{\text{св}}$ ) к общему сечению ( $S$ ) слоя называется относительным свободным сечением или просто сечением ( $S_{\text{св}}$ ).  $[S_{\text{св}}] = \frac{\text{м}^2}{\text{м}^2}$ .

Численно  $S_{\text{св}} = \xi$ , т.е.  $\frac{S_{\text{св}}}{S} = \frac{V_{\text{св}}}{V}$ .  $S_{\text{св}}$  и  $\xi < 1$ . Учитывая это скорость жидкости в каналах ( $v$ ) больше скорости жидкости в общем сечении слоя, тогда :  $v = \frac{v_0}{\xi}$ . Поверхность частиц, отнесенная к единице объёма называется удельной поверхностью ( $f$ ),  $[f] = \frac{\text{м}^2}{\text{м}^3}$ ;  $f = \frac{S}{V}$ .

Эквивалентный диаметр каналов слоя :  $d_{\text{экв}} = \frac{4S_{\text{св}}}{\Pi}$ . Полное свободное сечение  $S_{\text{св}} = \xi S$ , а периметр  $\Pi = \frac{Vf}{H} = \frac{SHf}{H} = Sf$ ,  $H$  - высота слоя. Следовательно, получим :  $d_{\text{экв}} = \frac{4\xi}{f}$ ;

Гидравлические сопротивления при движении жидкости через пористый слой зависят от режима движения и определяются критерием :  $Re = \frac{v d_{\text{экв}} \rho}{\mu}$ , подставим сюда значения  $v = \frac{v_0}{\xi}$  и  $d_{\text{экв}} = \frac{4\xi}{f}$ , получим :  $Re = \frac{4v_0 \rho}{\mu f}$ ,  $v_0 \rho = w$  - массовая скорость жидкости, отнесенная к  $1 \text{ м}^2$  полного сечения аппарата; тогда  $Re = \frac{4w}{f\mu}$ . Ламинарное движение жидкости через слой



наблюдается при  $Re < 50$ , при  $50 \div 7200$  - переходной режим, при  $Re > 7200$  - турбулентный. Гидравлическое сопротивление определяется по общей формуле:  $\Delta p = \lambda \frac{L}{d} \cdot \frac{v^2 \rho}{2}$ , которая для данного случая, при подстановке  $L = H, d = d_{\text{экв}} = \frac{4\xi}{f}$  и  $v = \frac{v_0}{\xi}$  преобразуется в расчетное уравнение  $\Delta p = \lambda \cdot \frac{H \cdot f \cdot \rho \cdot v_0^2}{8\xi}$

Коэффициенты сопротивления  $\lambda$  определяются по формулам:

при  $Re < 50$   $\lambda = \frac{220}{Re}$ ; при  $Re 50 - 7200$   $\lambda = \frac{n_1 6}{Re^{0,25}}$ ; при  $Re > 7200$

$\lambda = 1,26$ . Иногда критерий Рейнольдса и гидравлическое сопротивление выражают не через эквивалентный диаметр каналов слоя, а при помощи диаметра зёрен в слое.

Движение газов через насадку распространено в процессах адсорбции и ректификации. Насадкой называется рабочий объём аппарата, занятый слоем твёрдых тел, которые могут иметь самую разную форму. Через насадку вниз движется жидкость, а вверх движется пар или газ. Назначение насадки – увеличить поверхность контакта газа или пара. Гидравлическое сопротивление сухой неорошаемой насадки определяется по формуле:

$$\Delta p = \frac{\lambda H f v_2^2 \rho_2}{8\xi^3},$$

где  $\lambda$  – коэффициент сопротивления, зависящий от числа  $Re$  (см.таблицы).

### Гидродинамика псевдооживлённых (кипящих) слоёв. Расчёт скорости псевдооживления.

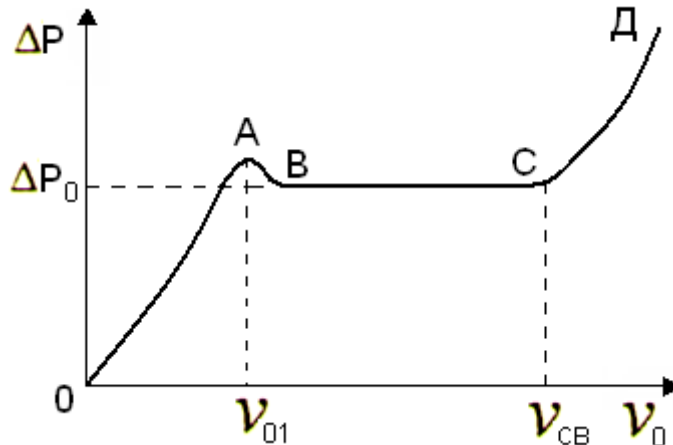
Придание слою зернистого сыпучего материала некоторых свойств жидкости называется псевдооживлением. Этот слой по виду напоминает кипящую жидкость, поэтому его часть называют «кипящим» слоем. Псевдооживление зернистого слоя производится пропусканием через слой снизу вверх жидкости или газа. Среда при помощи, которой осуществляется псевдооживление, называется псевдооживляющим агентом. Чаще для псевдооживления используют газы. По такому же принципу работает пневмотранспорт. С увеличением скорости газа сопротивление частиц возрастает и начинается псевдооживление. При дальнейшем увеличении скорости газа толщина кипящего слоя увеличивается. Псевдооживлённый слой отпадает некоторыми свойствами жидкости: его свободная поверхность остаётся горизонтальной при наклоне сосуда; появляется текучесть; тяжёлые тела, брошенные в псевдооживлённый, слой тонут, лёгкие – всплывают. Особенно ценным свойством является текучесть этого слоя, что позволяет сделать процесс непрерывным и значительно его ускорить: каталитические

процессы, процессы сушки, адсорбции и т.д. Перепад давления при псевдоожижении будет равен:

$$\Delta p_0 = H_0(1 - \xi_0) (\rho_1 - \rho)g ,$$

где  $H_0$  - высота слоя ;  $\xi$  - пористость ;  $\rho \ll \rho_1$  - плотность газа и частиц слоя.

Зависимость  $\Delta p$  от  $v_0$ .



ОА – при фильтрации,  
 ВС – при псевдоожижении,  
 СД – при пневмотранспорте,  
 АВ – спад сопротивлений после преодоления сил сцепления между частицами.

Расписывая  $\Delta p_0$  в последнем уравнении, получим:

$$\frac{3(1-\xi_0) \lambda H_0 v_{01}^2 \rho}{4\Phi \xi_0^3 d} = H_0(1 - \xi_0) (\rho_1 - \rho)g ,$$

Используя значения числа Рейнольдса, отсюда найдём скорость псевдоожижения:

$$\boxed{v_{01} = Re_{01o} \cdot \frac{\mu_o}{d \cdot \rho}} \quad \boxed{\psi = \frac{(\Phi^3 \xi_{0o}^3)}{(1 - \xi_{0o})^2}}$$

1) Для ламинарного режима:  $Re_{01} = \frac{4(1-\xi_0)}{\Phi} \cdot (\psi \cdot Ar)$  ;  $Ar = \frac{gd^3(\rho_1 - \rho)\rho}{\mu^2}$ ;  $(\psi \cdot Ar) < 18600$ .

2) Для переходного режима:  $(\psi \cdot Ar) = 18600 \div 1,1 \cdot 10^8$ ;  $Re_{01} = \frac{0,275(1-\xi_0)}{\Phi} \cdot (\psi \cdot Ar)^{0,57}$ .

3) Для турбулентного режима:  $(\psi \cdot Ar) > 1,1 \cdot 10^8$  -  $Re_{01} = \frac{1,03(1-\xi_0)}{\Phi} \cdot (\psi \cdot Ar)^{0,5}$ .

В большинстве случаев коэффициент формы можно принять  $\Phi = 0.9$  , а пористость  $\xi_0 = 0.4$  . Тогда формулы для вычисления  $Re_0$  упрощаются:

1) Для  $Ar < 143000$  ,  $Re_{01} = 3,5 \cdot 10^{-4} Ar$ .

2) Для  $Ar = 143000 \div 8,5 \cdot 10^8$  ,  $Re_{01} = 0,575 \cdot Ar^{0,57}$ .

3) Для  $Ar > 8,5 \cdot 10^8$  ,  $Re_{01} = 0,382 \cdot Ar^{0,5}$ .

При  $\xi = 0,4$  и  $\Phi = 0,9$  имеем  $Re_{01} = Re \cdot \frac{3(1-0,4)}{2 \cdot 0,9} = Re$ .

Оптимальная рабочая скорость ( $v$ ) больше скорости псевдоожижения ( $v_{01}$ ) в два (2) раза. Если  $< 2$ , то низка производительность. При  $>2$  возникают дефекты псевдослоя: пузыри газа, расслоение, выбрасывание частиц из аппарата.

#### Гидро – и пневмотранспорт. Расчёт скорости витания.

На участие СД (см. рисунок) происходит разрушение псевдоожижённого слоя при скоростях  $v$  больше  $v_{св}$  и начинается массовый унос частиц потоком. Эту скорость называют скоростью уноса или иначе, скоростью свободного витания частиц и обозначают  $v_{св}$ . При такой скорости каждая отдельная частица свободно витает и не испытывает воздействие других частиц слоя. Все частицы уравниваются силой сопротивления. Значение  $v_{св}$  может быть найдено исходя из этого условия. Условие витания частиц в восходящем потоке идентично условию равномерного осаждения частиц в неподвижной среде. **Поэтому  $v_{св}$  можно определить так же как скорость осаждения  $v_{ос}$ .** Рассмотрим определение  $v_{ос}$ . Сопротивление среды при осаждении в ней мелких частиц, используя закон Стокса, можно выразить:  $R = 3\pi d\mu v_{ос}$ . Сила, движущая шарообразную частицу диаметром  $d$ , выражается разностью между её весом и выталкивающей архимедовой силой, равной весу жидкости (среды) в объёме

частицы:  $S = \frac{\pi d^3}{6} g(\rho_t - \rho)$ ,  $\rho_t$  – плотность твёрдой частицы;  $\rho$  – плотность

жидкости. Приравняв  $S$  и  $R$ , получим:  $\frac{\pi d^3}{6} g(\rho_t - \rho) = 3\pi d\mu v_{ос}$ , откуда:

$v_{ос} = \frac{d^2 g(\rho_t - \rho)}{18\mu}$ . По этой же формуле определяется скорость свободного витания

( $v_{св}$ ). При расчёте скорости свободного витания частиц нешарообразной формы

скорость свободного витания для шарообразных частиц умножают на поправочный коэффициент  $\varphi$ , называемый коэффициентом формы  $v_{ос}' = \varphi v_{ос}$ .

Для частиц овальной формы  $\varphi \approx 0,77$ , угловатых частиц  $\varphi \approx 0,66$ , продолговатых частиц  $\varphi \approx 0,58$ , пластинчатых  $\varphi \approx 0,43$ . В формулу необходимо также подставлять диаметр эквивалентного шара.

#### **Лекция № 8.(1ч.) Перемешивание в жидких средах. Виды перемешивания. Интенсивность и эффективность перемешивания. Механическое перемешивание. Расход энергии на перемешивание.**

Перемешивание используется для получения разнообразных смесей, наполнителей, проклеивающих веществ, эмульсий и суспензий.

Перемешивание способствует проведению химических процессов. Чаще всего его производят в жидкой среде, его применяют для сыпучих или тестообразных веществ.

Используют следующие виды перемешивания: механическое, пневматическое или барботаж газа и пара через жидкую (или жидкообразную) среду, циркуляционное – многократное прокачивание жидкости (газа) через рабочую зону с помощью насосов или вентиляторов.

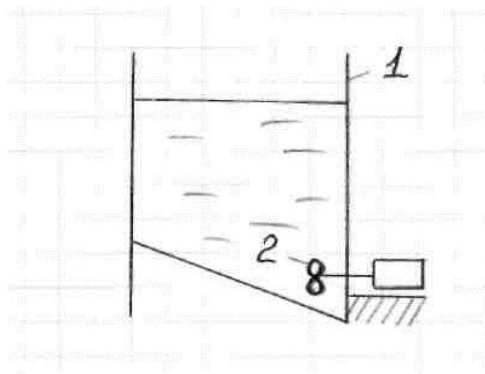
Пневматическое перемешивание. В нижней части ёмкости расположен барботер в виде трубы с отверстиями, расположенными снизу, чтобы отверстия не забивались компонентами взвеси в перемешиваемой жидкости. Наиболее эффективно в случае работы с агрессивными жидкостями, когда другие устройства быстро выходят из строя. Недостатки: брызгоунос – потери жидкости, испарение жидкости в газовые пузыри, удорожание возможно при агрессивной жидкости (необходимость очистки газа). Затраты на такой вид перемешивания значительно выше.

Циркуляционное перемешивание осуществляется с помощью насосов (как правило, центробежных или пропеллерных), расположенных вне или внутри перемешиваемой жидкообразной среды.

Для интенсивного и эффективного перемешивания жидкостей используют пропеллерные и турбинные мешалки.

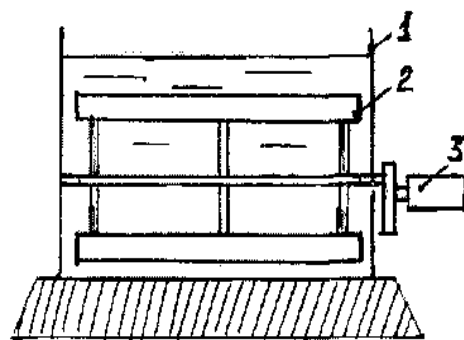
Механическое перемешивание осуществляют с помощью: 1) горизонтальных лопастных и пропеллерных мешалок; 2) вертикальных лопастных и пропеллерных мешалок; 3) турбинных мешалок; 4) дисковых мешалок;

а) горизонтальная пропеллерная мешалка



1 – бассейн с взвесью;  
2 – пропеллер;  
3 – электродвигатель.

б) горизонтальная лопастная мешалка



1 – бассейн с жидкостью(взвесью);  
2 – лопастная мешалка;  
3 – электродвигатель с редуктором.

У вертикальных мешалок ось расположена вертикально. Турбинные мешалки в качестве перемешивающего устройства имеют турбины, устроенные также как диски центробежных насосов.

Дисковые мешалки имеют укрепленные на валу два диска, в которых выполнены скошенные отверстия, через которые при вращении дисков прогоняется жидкость, создавая хорошее перемешивание.

Для сыпучих и вязких веществ используют шнековые мешалки.

Расход энергии на перемешивание. Сила сопротивления, действующая на лопасти согласно закону Ньютона:

$$F = \xi \frac{\rho w^2}{2} S_n,$$

где  $S_n$  - площадь проекций лопастей на плоскость, перпендикулярную направлению движения,  $m^2$ ,  $w$  - скорость лопастей  $\frac{m}{c}$ ,  $\rho$  - плотность жидкости  $\frac{кг}{м^3}$ ,  $\xi$  - коэффициент сопротивления.

Мощность, развиваемая лопастями:  $P' = F \cdot w = \xi \frac{\rho w^2}{2} S_0$ . Скорость движения лопастей равна  $w = \pi d n$ , где  $d$  - диаметр вращения лопастей,  $n$  - число оборотов в секунду мешалки. Если мощность выразить в киловаттах и ввести КПД ( $\eta$ ), то для мощности электродвигателя получим:

$$P = \frac{\pi^3 \cdot \gamma \cdot \xi \cdot d^3 \cdot n^3 \cdot S_n}{1000 \cdot 2 \cdot \eta};$$

Коэффициент сопротивления можно найти по формуле:  $\xi = \frac{A}{(Re)^m}$ , где  $Re$  - критерий Рейнольдса, равный  $Re = \frac{nd^2}{\gamma}$ ,  $\gamma$  - кинематическая вязкость,  $\frac{м^2}{c}$ ; при  $Re > 100$  для вычисления коэффициента сопротивления ( $\xi$ ) можно принимать  $A = 5 \div 7$  и  $m = 0,2 \div 0,33$ .

**Лекция № 9 (4 ч). Транспортирование жидкостей. Классификация насосов. Основные параметры насосов: производительность, напор, мощность, КПД.**

Классификация: по принципу действия насосы разделяются на поршневые и центробежные. Поршневые подают жидкость путём её вытеснения из цилиндра насоса; в центробежных насосах используется центробежная сила, действующая на жидкость, вращающуюся вместе с рабочим колесом.

Поршневые насосы могут быть одинарного действия и двойного действия. Некоторым видоизменением поршневых насосов являются диафрагмовые насосы. На том же принципе работают аппараты Монтежю и сифоны.

Центробежные насосы делятся на одноступенчатые и многоступенчатые.

Особым видом насосов являются струйные насосы, в которых используется кинетическая энергия струи.

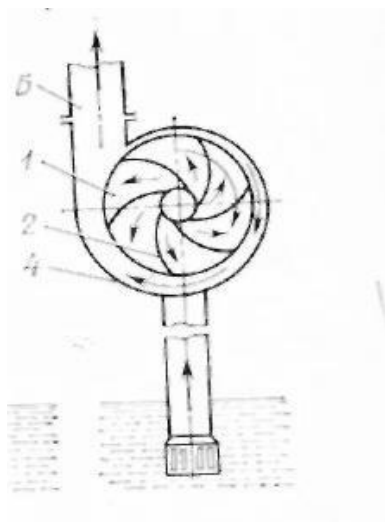
#### Основные параметры поршневых насосов.

Производительность. За один оборот вала(один ход поршня) насос подаёт  $\frac{\pi}{4} d^2 h$  м<sup>3</sup> жидкости. При  $n$  оборотах в секунду объём подаваемой насосом жидкости за секунду будет:  $V = \frac{\pi}{4} d^2 h n$ , где  $h$  - высота цилиндра (ход поршня); или  $V = V_{\text{цил}} \cdot n$ , где  $V_{\text{цил}} = \frac{\pi}{4} d^2 h$ . Массовая производительность  $G = V \cdot \rho$ . Производительность не зависит от напора.

Напор насоса – разность давлений нагнетания ( $p_2$ ) и всасывания( $p_1$ ):  
 $H = p_2 - p_1$ ,  $H$  – напор( $\frac{H}{\text{м}^2}$ ), или  $H = \frac{p_2 - p_1}{\rho g}$  (м) .

Мощность насоса – мощность потребляемая насосом или даваемая электродвигателем:  $P = \frac{VH}{1000\eta}$  (кВт), где  $V$  – производительность, м<sup>3</sup>/с;  $H$  – напор, Н /м<sup>2</sup>;  $\eta$  – КПД , его значение в пределах 0,75 – 0,95. КПД учитывает потери энергии на трение в различных частях насоса и трубопроводах.

Динамические (лопастные) насосы. Устройство и принцип действия центробежных насосов. Основное уравнение центробежных насосов. Рабочая формула напора. Рабочие характеристики. Работа центробежного насоса на сеть, рабочая точка. Формулы пропорциональности.



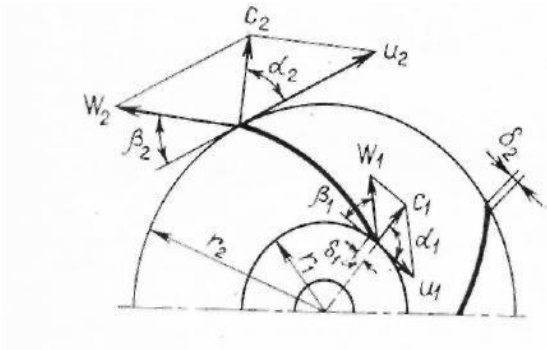
Устройство. Среди лопастных насосов наиболее распространёнными являются центробежные. Основным рабочим органом центробежного насоса является колесо (1), насаженное на вал и помещённое в улиткообразном корпусе (4). Колесо представляет собой 2 диска, соединённые в единую конструкцию лопастями (2)(лопатками).

Входное отверстие находится в центре улитки, а выходное – в боковой поверхности. Перед первым пуском насос заливают жидкостью, при последующих пусках в насосе остаётся вода, т.к. всасывающая труба снабжена обратным клапаном. Максимальная высота всасывания определяется атмосферным давлением и составляет 10 м.

Насосы для обеспечения достаточно высоких напоров, как правило, работают с частотой вращения колеса порядка 20 об/с. Работа насоса осуществляется с помощью электродвигателя, вал которого соединён с валом насоса. Насосы бывают с односторонним или двухсторонним всасыванием.

### Основное уравнение. Напор.

Рассмотрим движение жидкости между лопатками,  $w$  – скорость движения жидкости вдоль лопатки, (по касательной к плоскости лопатки),  $U$  – скорость движения по касательной к окружности,  $C$  – результирующая скорость (сумма  $w$  и  $U$ ),  $R_1$  и  $R_2$  – внутренний и внешний диаметр колеса соответственно для входа и выхода жидкости из рабочего колеса.



$$U_1 = \omega R_1, \quad U_2 = \omega R_2 \quad (1),$$

$\alpha_1$  – угол на входе,  $\alpha_2$  – на выходе. При массовом расходе жидкости  $G$  (кг/с) по теории о моменте сил (изменения момента количества движения равно моменту внешних сил):

$$Gc_2 R_2 \cos \alpha_2 - Gc_1 R_1 \cos \alpha_1 = M \quad (2).$$

$M$  – вращающий момент от электродвигателя. Мощность, переданная от электродвигателя лопаткам при их угловой скорости  $\omega$ , равна:  $N = M\omega$  (3), с другой стороны (напор)  $N = GgH_T$ , где  $H_T$  – теоретическая высота подъёма жидкости, тогда из (1), (2), (3) и (4) :

$$Gc_2 U_2 \cos \alpha_2 - Gc_1 U_1 \cos \alpha_1 = GgH_T.$$

Отсюда, основное уравнение центробежного насоса:

$$H_T = \frac{1}{g} (U_2 c_2 \cos \alpha_2 - U_1 c_1 \cos \alpha_1) \quad (5).$$

Для получения максимального напора стремятся к достижению  $\alpha_1 \approx 90^\circ$  ( $\sim 85^\circ$ ), тогда основное уравнение центробежного насоса:  $H_T = \frac{1}{g} U_2 c_2 \cos \alpha_2$  (6).

$$\text{С учётом потерь в насосе ( } h_n^{\text{нас}} \text{): } H = H_T - h_n^{\text{нас}} = H_T \cdot \eta_{\Gamma}, \quad (7),$$

$$\eta_r - \text{КПД насоса (гидравлический), тогда : } H = \frac{\eta_r}{g} U_2^2 \cos^2 \alpha^2 \quad (8),$$

$$\eta_r = \approx 0,6 \div 0,8.$$

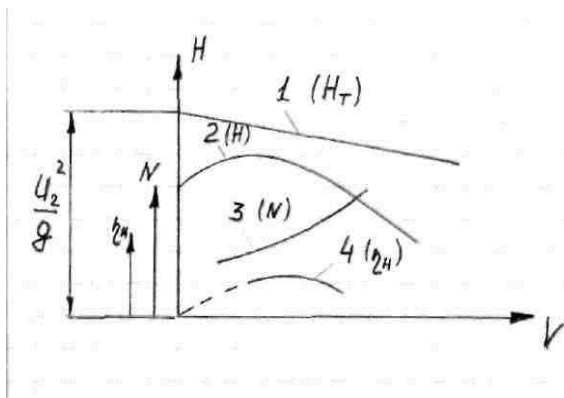
Производительность теоретическая:  $V_T = f \cdot C_R = \pi D_b \Psi C_2 \sin \alpha_2$ ,  
 где  $D$  – диаметр рабочего колеса,  $b$  – ширина колеса,  $\Psi$  – коэффициент учитывающий стеснение потока лопатками. Реальная ( $V$ ) производительность будет из – за коэффициента  $\eta_V$ , учитывающего переток жидкости из зон нагнетания и всасывания, будет ниже:  $V = \pi D_b \Psi C_2 \sin \alpha_2 \cdot \eta_V$  (9)

Величины  $\Psi$  и  $\eta_V$  имеют значения близкие к единице  $\sim 0,95$ .

### Рабочие характеристики центробежных насосов.

Существует взаимозависимость развиваемого насосом напора( $H$ ) и производительность( $V$ ), т. к. они зависят от  $C_2$ . При постоянной частоте вращения зависимость  $H$  от  $V$  носит название частной характеристикой центробежного насоса. Такая теоретическая зависимость будет:

$$H_T = V_T \left( \frac{U_2^2}{g} - \frac{U_2 \operatorname{ctg} \beta}{g \pi D b \Psi} \right) \quad (10)$$



Эта линейная зависимость  $H_T$  от  $V_T$  представляет теоретическую характеристику (1).

При  $\beta_2 < 90^\circ$  (лопатки отогнуты назад)  $H_T$  падает, при  $\beta_2 = 90^\circ$  ( $\operatorname{ctg} \beta_2 = 0$ ) теоретический напор не зависит от  $V_T$ , при  $\beta_2 > 90^\circ$  (лопатки отогнуты вперёд)  $H_T$  растёт от  $V_T$ . Для технологических целей

$\beta_2 < 90^\circ$ . (2) – кривая на рисунке – реальная зависимость  $H$  от  $V$ . Вначале – большие потери на гидравлический удар, в конце – на гидравлическое сопротивление.

Рабочая точка Насос при работе с заданным трубопроводом (работа на сеть) должен развивать напор, равный сопротивлению этого трубопровода(сети). Рабочую точку центробежного насоса (точка  $M_1$  ( $V_1$   $H_1$ )) можно определить как точку пересечения характеристики насоса ( $H; V$ ) и характеристики сети ( $H_{тр}$ ):

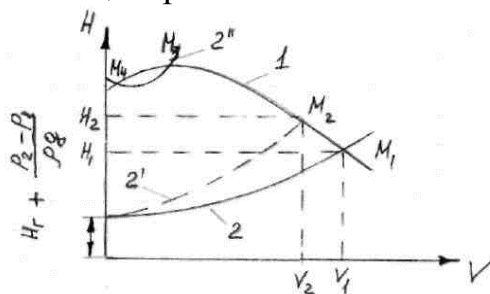
$$H_{тр} = H_r + \frac{P_2 - P_1}{\rho g} + H_n, \text{ где } H_{тр} - \text{напор насоса для}$$

данного трубопровода (сети),

$H_r$  – геометрическая высота,  $H_n$  – потери напора в трубопроводе за счёт трения в насосе,  $P_2 - P_1$  – разность давлений на выходе и входе насоса.



Часто режим работы насоса или положение рабочей точки ( $M_1$  и  $M_2$ ) регулируют с помощью задвижки. Задвижка увеличивает сопротивление ветви трубопровода. При работе центробежного насоса желательно, чтобы точка



Определение рабочей точки центробежного насоса

находилась на ниспадающей ветви. В противном случае возможен режим работы ( $M_3$  –  $M_4$ ), сопровождающийся гидравлическими ударами; при этом насос быстро выходит из строя.

### Законы пропорциональности.

- Производительность центробежного насоса – прямо пропорциональна частоте вращения электродвигателя:

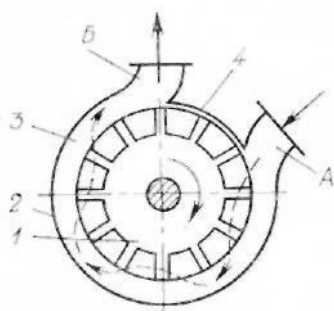
$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{n_1}{n_2}.$$

- Напор, развиваемый насосом, примерно прямо пропорционален квадрату частоты вращения:

$\frac{H_1}{H_2} = \frac{U_1^2}{U_2^2} = \frac{n_1^2}{n_2^2}$ . Оговорка «примерно» здесь необходима, поскольку изменению  $n$  сопутствует изменение производительности  $V$ , а с ней – потерь на трение внутри насоса и, значит,  $\eta_r$ .

- Мощность на валу насоса пропорциональна кубу частоты вращения, (также приблизительно):  $\frac{N_1}{N_2} = \left(\frac{n_1}{n_2}\right)^3$ .

### Вихревые и осевые насосы. Принцип действия, конструкции и сравнительные характеристики.



#### Вихревые насосы.

А – входной патрубок; В – нагнетательный патрубок; 1 – рабочее колесо; 2 – корпус; 3 – кольцевой канал; 4 – перегородка.

При вращении рабочего колеса образуются

вихри жидкости в полостях между лопатками жидкость засасывается во входной патрубок и выходит через нагнетательный патрубок. Конструкция обеспечивает резкое возрастание напора, но со снижением производительности.

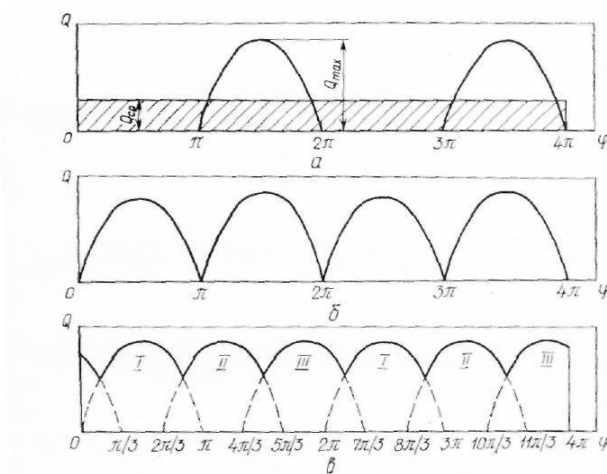
### Осевые насосы.

Устройство, работа. Рабочее колесо по форме близкое к гребному винту судна, расположено в корпусе. Жидкость захватывается лопастями рабочего колеса и перемещается в осевом направлении. Насосы применяются для перекачивания больших количеств жидкости при небольших напорах. Такие насосы используют главным образом для создания циркуляции жидкостей в различных аппаратах, например при выпаривании.

### Закон подачи. График подачи.

Поступательная скорость движения поршня изменяется пропорционально синусу (косинусу) угла поворота кривошипа ( $\alpha$ ). Закон подачи насосом жидкости будет изменяться в соответствии с законом движения поршня ( для насоса простого действия) (рис.а)

Диаграммы (графики) подачи поршневых насосов:



а) – простого действия, б) – двойного действия, в) – тройного действия.

б) и в) используют для достижения равномерности подачи.

Наиболее простое достижение для этой цели – воздушные колпаки. Поршневые насосы целесообразно применять лишь при сравнительно небольших подачах и высоких давлениях (50 – 1000 ат и выше), для перекачивания высоковязких, огне- и взрывоопасных жидкостей (паровые насосы), а также при дозировании жидких сред.

Закон мгновенной подачи:  $dV = F \cdot r \sin \alpha \cdot d\alpha$ . После интегрирования:

$$V_0 = \int_0^\pi F \cdot r \cdot \sin \alpha \cdot d\alpha = Fr \cos \alpha \Big|_0^\pi = 2Fr = FS, \text{ где } F - \text{площадь; } S - \text{ход поршня.}$$

## **Лекция № 10 ( 4ч ). Сжатие и перемещение газов. Особенности рабочего процесса компрессорных машин. Рабочие параметры и классификация компрессорных машин.**

Проведение многих химических процессов производится в газовой фазе. Сжатие газов используют для перемещения их по трубопроводам и аппаратам, создание вакуума. Сжатие газов используют для распыления жидкостей, их перемешивания и т.п. Интервалы используемых давлений от  $10^{-8}$  до  $10^3$  ат. Машины, предназначенные для перемещения и сжатия газов, называются компрессорными машинами. Отношение конечного давления  $P_2$  к начальному давлению ( $P_1$ ) компрессора ( давлению всасывания) называется степенью сжатия. В зависимости от степени сжатия различают следующие типы компрессоров:

- 1) вентиляторы ( $\frac{P_2}{P_1} < 1,1$ ) – для перемещения больших количеств газов;
- 2) газодувки ( $1,1 < \frac{P_2}{P_1} < 3,0$ ) - для перемещения газов при относительно высоком сопротивлении газопроводящей сети;
- 3) компрессоры ( $\frac{P_2}{P_1} > 3,0$ ) - для создания высоких давлений;
- 4) вакуум-насосы – для отсасывания газов при давлении ниже атмосферного.

По принципу действия компрессорные машины делятся на поршневые, ротационные, центробежные и осевые.

В поршневых машинах сжатие газа происходит в результате уменьшения объёма, в котором заключён газ, при возвратно-поступательном движения поршня; в ротационных – сжатие газа обусловлено уменьшением объёма газа при вращении эксцентрично расположенного ротора; в центробежных – за счёт воздействия лопаток рабочего колеса на поток газа, происходит передача кинетической энергии газу, и эта энергия преобразуется в давлении в неподвижных элементах машины; в осевых – газ сжимается при его движении вдоль оси рабочего колеса и направляющего аппарата.

Вакуум-насосы, аналогичны компрессорным машинам, но всасывание у них происходит при давлениях, значительно меньших, чем атмосферное давление, а нагнетание – при давлениях, намного превышающих атмосферное.

Применяют также струйные компрессоры и вакуум-насосы; в них используют струи жидкости или пара. Для получения вакуума также используют поршневые и ротационные вакуум-насосы, аналогичные по действию компрессорным машинам.

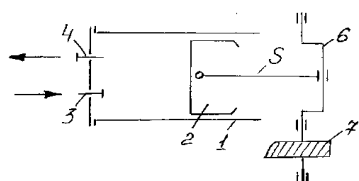
Поршневые компрессоры. Принцип действия. Теоретическая и действительная индикаторные диаграммы. Объёмный коэффициент поршневой машины.  
Мощность компрессора.

Типы компрессоров: они делятся на компрессоры простого (одинарного) и двойного действия. Простой компрессор за один двойной ход поршня производит одно всасывание и одно нагнетание, компрессор двойного действия - два всасывания и два нагнетания.

Ступенью сжатия называется часть компрессорной машины, где газ сжимается до конечного или промежуточного (перед поступлением на следующую ступень) давления.

По числу ступеней поршневые компрессоры делятся на одноступенчатые и многоступенчатые, которые могут быть горизонтальные и вертикальные.

Одноступенчатое сжатие. Газ сжимается до конечного давления в одном или нескольких цилиндрах.

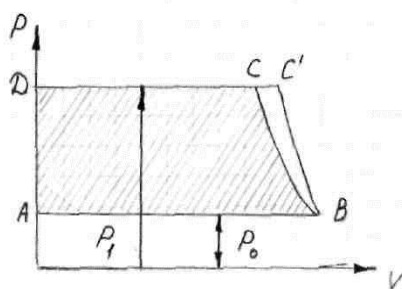


Устройство: 1 – цилиндр; 2 – поршень; 3,4 – всасывающий и нагнетательный клапаны; 5 – шатун; 6 – кривошип; 7 – маховик.

Существуют: одноступенчатые компрессоры двойного действия. Увеличение производительности достигается также в многоцилиндровых компрессорах простого и двойного действия. Охлаждение – с помощью воды, проходящей через рубашку. Число оборотов – от 100 до 500 об/мин.

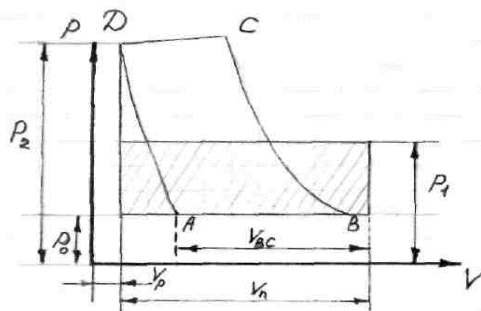
Индикаторная диаграмма одноступенчатого поршневого компрессора.

а- идеальный компрессор



АВ - всасывание,  
BC, BC' - сжатие (BC – изотермическое,  
BC' - адиабатическое),  
CD – нагнетание газа.

б- действительный компрессор



ДА – расширение газа в мёртвом пространстве ( $V_p$ ),  
АВ – всасывание,  
BC – политропическое сжатие,  
CD – нагнетание газа.

$V_{BC} = \lambda_0 V_n$ ,  $V_n$  – рабочий объём,  $\lambda_0$  – объёмный коэффициент компрессора

$\lambda_0 = \frac{V_{CB}}{V_n}$ . Он может быть вычислен по формуле:  $\lambda_0 = 1 - \xi \left[ \left( \frac{P_2}{P_1} \right)^{1/m_p} - 1 \right]$ , где

$\xi$  - относительный объём мёртвого пространства,  $\xi = \frac{V_p}{V_n}$ ;  $\frac{P_2}{P_1}$  - степень сжатия;  $m_p$  - показатель политропы расширения. Производительность тем больше, чем меньше  $\xi$  и  $V_p$ . Для политропического процесса:  $\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{m-1}{m}}$ ;  $T_2, T_1$  - температура на выходе и на входе в компрессор.

Мощность компрессора (теоретическая):  $N_T$  (Вт) определяется умножением производительности компрессора  $V\rho$  (кг/с) на удельную работу сжатия  $l$  (Дж/кг) подсчитывается  $N_T = V\rho l$ ,

где  $V$  - объёмная производительность компрессора ( $\text{м}^3/\text{с}$ );  $\rho = 1/\nu$  - плотность газа,  $\text{кг}/\text{м}^3$ ;  $\nu$  - удельный объём. Если объёмная производительность компрессора и плотность газа приведены к условиям всасывания (т.е.  $V = V_1$  и  $\rho = \rho_1 = \frac{1}{\nu_1}$ ), получим:

для изотермического процесса:  $N_{T\text{из}} = \rho_1 V_1 \cdot \ln \frac{P_2}{P_1}$ ,

для адиабатного:  $N_{T\text{ад}} = \frac{k}{k-1} \rho_1 V_1 \left[ \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right]$ , где  $k$  - показатель адиабаты,

для политропного:  $N_{T\text{пол}} = \frac{m}{m-1} \rho_1 V_1 \left[ \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{m-1}{m}} - 1 \right]$ .

Эффективность компрессора нельзя оценивать обычным энергетическим КПД, т.е. отношением полезной работы к затраченной. Поэтому используют относительный термодинамический КПД, основанный на сравнении данной компрессорной машины с наиболее экономичной машиной того же класса.

Машины с водяным охлаждением сравниваются с условной машиной, сжимающей газ по изотерме (изотермная машина,  $N_{T\text{из}}$ ),  $N$  - фактическая мощность данной машины;  $\eta_{\text{из}} = \frac{N_{T\text{из}}}{N}$ .

Для адиабатной машины:  $\eta_{\text{ад}} = \frac{N_{T\text{ад}}}{N}$ .

Адиабатная - неохлаждаемая машина.

Мощность двигателя  $N_{\text{дв}}$  больше мощности на валу компрессора вследствие потерь в передаче ( $\eta_{\text{пер}}$ ) и механический КПД двигателя ( $\eta_{\text{дв}}$ ): 
$$N_{\text{дв}} = \frac{Ne}{\eta_{\text{пер}}\eta_{\text{дв}}};$$

Механический КПД:  $\eta_{\text{мех}} = \frac{N}{Ne}$  - характеризует потерю мощности на механическое трение.  $\eta_{\text{ад}} = 0,93 \div 0,97$ ;  $\eta_{\text{из}} = 0,64 \div 0,78$ ;  $\eta_{\text{мех}} = 0,85 \div 0,95$ .

#### Сравнение и области применения компрессоров различных типов.

В химической промышленности наибольшее распространение получили поршневые и центробежные компрессорные машины.

Турбокомпрессоры турбогазодувки отличаются компактностью, простотой устройстве и равномерностью подачи. Их достоинством является чистота подаваемого газа, не загрязнённого смазкой. Их приводом может быть паровая или газовая турбина, или электродвигатель через повышающий редуктор. По значению КПД они уступают поршневым, однако могут иметь высокую производительность от 6000 м<sup>3</sup>/час и до 200000 м<sup>3</sup>/час и более при давлениях до 30 ат (обычно 10 – 12 ат). Современные турбокомпрессоры: до 300 ат (многоступенчатые).

В области меньших подач (до 10000 м<sup>3</sup>/час) в широком интервале давлений (до 1000 ат) применяют поршневые компрессоры.

Ротационные и винтовые компрессоры обладают достоинствами центробежных, но имеют больший КПД. Их недостатками является сложность изготовления, обслуживания и высокий износ пластин ротора.

Осевые компрессоры имеют высокий КПД и компактность, но используются при невысоких давлениях (до 6 ат) и подачах 80000 м<sup>3</sup>/час и более.

Мокрые поршневые вакуум-насосы создают разрежение 80-85%, а наиболее совершенные до 97%.

Сухие поршневые вакуум-насосы с выравниванием давления могут обеспечивать разрежение 99,9%.

Предельный вакуум, создаваемый ротационными пластинчатыми вакуум-насосами составляет 98 – 99%.

Многоступенчатые пароструйные насосы могут обеспечивать разрежение 95 – 99,8%. Их недостатком является большой расход пара.

Резерв времени – 4 часа.

### Основная литература

1. Гидравлика, гидромашины и гидропневмопривод. Под ред. С.П.Стесина. М.: Образовательно-издательский центр «Академия», 2005.
2. Э.В.Костюченко и др. Практикум по гидравлике и гидромеханизации сельскохозяйственных процессов. Минск.: «Урожай», 1991- 2006.
3. Т.М.Башта и др. Гидравлика, гидромашины и гидроприводы. М.: «Машиностроение», 1982- 2005.
4. Касаткин Л.Г. Основные процессы и аппараты химической технологии, 3 изд. М.: «Химия», 1973- 2003, 750 с.
5. Дытнерский Ю.Н. Процессы и аппараты химической технологии, изд. 2, в двух книгах. М.: «Химия», 1995-2006, 400 с.

6. Чугуев Р.Р. Гидравлика. Л.: «Энергоатомиздат», 1982.

### **Дополнительная литература**

7. Задачник по гидравлике, гидромашинам и гидроприводу. Под ред. Б.Б.Некрасова. М.: «Высшая школа», 2003.

8. Д.В.Штеренлихт и др. Гидравлические расчеты. «Колос», 2002.

9. Г.Д.Слабожанин и др. Лабораторный практикум по гидравлике (для комплекта оборудования «Капелька»), 2007.

10. К.Ф.Павлов и др. Примеры и задачи по курсу процессов и аппаратов химической технологии. Л.: «Химия», 2006, 576 с.

## **ОСНОВНЫЕ ФОРМУЛЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ «ГИДРАВЛИКА».**

### **Свойства жидкостей:**

$$\rho = \frac{m}{V} - \text{плотность.}$$

### **Сжимаемость газа:**

$$\rho = \rho_0 \left\{ \left[ \frac{273}{273+t} \right] \left( \frac{P}{P_0} \right) \right\}.$$

### **Плотность капельной жидкости:**

$$\rho_t = \rho_{90} - A(t-90) - B(t-90)^2,$$

$$t = 40 \div 130^\circ\text{C}; \quad A = 0,65; \quad B = 0,025.$$

### **Закон вязкого трения Ньютона:**

$$F = \mu S v / l.$$

### **Касательное напряжение:**

$$\tau = \frac{F}{S}, \quad \tau = \frac{\mu v}{l}, \quad \tau = \mu \frac{dv}{dr}, \quad [\mu] = \text{Па}\cdot\text{с}.$$

### **Зависимость $\mu$ от $T$ :**

$$\mu_t = \mu_0 \frac{273 + c_\mu}{T + c_\mu} \left( \frac{T}{273} \right)^{3/2}.$$

### **Для неньютоновских жидкостей:**

$$\tau - \tau_0 = \eta \frac{dv}{dr}.$$

$\tau_0$  - критическое напряжение;  $\eta$  - коэффициент пластичности.

$\sigma = \frac{A}{S} = \frac{F}{l}$  . Коэффициент поверхностного натяжения.

**Давление внутри жидкости:**

$$P_{\text{абс}} = B + P_{\text{изб}} + P .$$

**Дифференциальное уравнение Эйлера:**

$$dz = -\left(\frac{1}{g\rho}\right)dp .$$

**Основное уравнение гидростатики:**

$$\frac{P}{g\rho} + z = \frac{P_0}{g\rho} + z_0 .$$

**Давление на глубине:**

$$p = p_0 + g\rho h .$$

**Гидравлический радиус:**

$$r_{\Gamma} = \frac{S}{\Pi}, \quad r_{\Gamma} = \frac{d}{4} .$$

**Расход:**

$$Q = \frac{V}{t}; [Q] = \text{м}^3/\text{с},$$

$$Q = v \cdot S, \text{ или } v = \frac{Q}{S} - \text{скорость} .$$

**Критерии:**

$$Re = \frac{v\rho l}{\mu}; Re = \frac{v \cdot d_{\text{ЭКВ}}}{\nu} - \text{Рейнольдса.}$$

$$Fr = \frac{gl}{v^2} - \text{Фрута.}$$

$$Eu = \frac{P}{\rho v^2} - \text{Эйлера.}$$

$$Fr \cdot Re^2 = \frac{gl^3 \rho^2}{\mu^2} = Ga - \text{Галилея.}$$

$$\frac{v \cdot \tau}{l} = H_0 - \text{критерий гомохронности.}$$



### Критериальное уравнение:

$$\varphi(H_0, F_r, Re, \frac{l}{d_3}) = 1 \text{ или } Eu = f(H_0, F_r, Re, \frac{l}{d_3}) .$$

### Уравнение Эйлера:

$$-g\rho - \frac{dp}{dz} = \rho v \cdot \frac{dv}{dz} .$$

### Уравнение Навье – Стокса:

$$-g\rho - \frac{\partial p}{\partial z} + \mu \frac{\partial^2 v}{\partial r^2} = \rho v \frac{dv}{dz} .$$

### Уравнение Бернулли для идеальной жидкости:

$$Z + \frac{P}{g\rho} + \frac{v^2}{2g} = const \text{ (или H) для двух состояний потока } H_1 = H_2 .$$

$$\frac{v_1^2}{2g} + \frac{P_1}{g\rho} + Z_1 = \frac{v_2^2}{2g} + \frac{P_2}{g\rho} + Z_2 .$$

### Уравнение неразрывности потока:

$$v \cdot F \cdot \rho = const ; \text{ несжимаемая жидкость: } v \cdot F = const .$$

### Потери напора (на трение и местные сопротивления):

$$h = \frac{v^2}{2g} (1 + \lambda \frac{L}{d} + \Sigma k) \text{ (м) или } \Delta p = \frac{v^2 \rho}{2} (1 + \lambda \frac{L}{d} + \Sigma k) \left( \frac{H}{M^2} \right) .$$

### Уравнение Бернулли для реальной жидкости:

$$\frac{v_1^2}{2g} + \frac{P_1}{g\rho} + Z_1 = \frac{P_2}{g\rho} + Z_2 + \frac{v_2^2}{2g} (1 + \lambda \frac{L}{d} + \Sigma k) .$$

### Потери напора для зернистых сред:

$$\Delta p = \lambda \frac{H \cdot f \cdot \rho \cdot v_0^2}{8\xi^3}, \quad f = \frac{F}{V}, \quad f - \text{удельная поверхность } \left( \frac{M^2}{M^3} \right) .$$

### Диаметр каналов:

$$d_{\text{э.кв.}} = \frac{4\xi}{f} ; \quad \xi = \frac{V_{\text{св}}}{V} \left( \frac{M^3}{M^3} \right) - \text{относительный свободный объём.}$$

### Закон Стокса (осаждение частиц или скорости их витания):

$$v_{\text{ос}} = \frac{d^2 g (\rho_T - \rho)}{128\mu} .$$

$$\text{Определение: } \mu = \frac{d^2 g (\rho_T - \rho)}{128 \cdot v_{\text{ос}}}; \quad v_{\text{ос}}' = \varphi \cdot v_{\text{ос}} - \text{частицы некруглой формы.}$$

### Мешалки:

Сила сопротивления :  $F = \xi \frac{\rho w^2}{2} S_n$ .

Коэффициент сопротивления:  $\xi = \frac{A}{(Re)^m}$  ;  $Re = \frac{nd^2}{\nu}$  .

Мощность двигателя насоса:  $P = \frac{\pi^3 \cdot \gamma \cdot \xi d^3 \cdot n^3 \cdot S_n}{1000 \cdot 2 \cdot \eta}$  (кВт) .

### Поршневой насос:

Производительность:  $V = \frac{\pi}{4} d^2 h$  ; или  $G = V \cdot \rho$  .

Напор:  $H = p_2 - p_1 \left( \frac{H}{M^2} \right)$  или  $H = \frac{P_2 - P_1}{\rho g}$  .

Мощность:  $P = \frac{VH}{1000\eta}$  (кВт) .

### Центробежный насос:

Момент внешних сил (вращающий момент электродвигателя) :

$$Gc_2R_2\cos\alpha_2 - Gc_1R_1\cos\alpha_1 = M .$$

$N = GgH_T$  – мощность двигателя.

### Основное уравнение центробежного насоса:

$$(1) \quad H_T = \frac{1}{g} (U_2c_2\cos\alpha_2 - U_1c_1\cos\alpha_1) ; U - \text{скорость по касательной; } c - \text{резльтирующая скорость; или}$$

$$(2) \quad H = \frac{\eta_2}{g} U_2c_2\cos\alpha_2, \quad \eta_2 - \text{КПД гидравлический.}$$

Производительность:

$$V = \pi \cdot D \cdot b \cdot \Psi \cdot c_2 \sin\alpha_2 \cdot \eta_V ;$$

$D$  – диаметр колеса;  $b$  – ширина;  $\eta_V$  - КПД, учитывающий переток жидкости;

$\Psi$  – коэффициент стеснения жидкости лопатками,

$\Psi$  и  $\eta_V \approx 0,95 \approx 1$

### Теоретическая связь напора и производительности:

$$H_T = V_T \left( \frac{U_2^2}{g} - \frac{U_2 c_2 g \beta}{g \pi D \cdot b \cdot \Psi} \right) .$$

### Рабочая точка насоса:

$$H_{\text{тр}} = H_{\text{г}} + \frac{P_2 - P_1}{\rho g} + H_{\text{н}}.$$

$H_{\text{тр}}$  – напор сети (насоса для трубопровода),

$H_{\text{г}}$  – геометрическая высота,

$H_{\text{н}}$  – потери в трубопроводе и насосе,

$P_2 - P_1$  - разность давлений в насосе.

### Объёмный коэффициент компрессора:

$$\lambda_0 = 1 - \xi \left[ \left( \frac{P_2}{P_1} \right)^{1/m_p} - 1 \right]; \lambda_0 = \frac{V_{\text{вс}}}{V_n}, \text{ где}$$

$\xi$  - относительный объём мёртвого пространства,

$m_p$  – показатель политропы.

### Мощность компрессора:

#### Режим:

изотермический:  $N_{\text{т из}} = P_1 \cdot V \cdot \ln \frac{P_2}{P_1},$

адиабатный:  $N_{\text{т ад}} = \frac{k}{k-1} P_1 \cdot V_1 \cdot \left[ \left( \frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right]; k$  – показатель адиабаты,

политропный:  $N_{\text{т пол}} = \frac{m}{m-1} P_1 \cdot V_1 \cdot \left[ \left( \frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{m-1}{m}} - 1 \right]; m$  – показатель политропы,

$$N_{\text{дв}} = \frac{N_e}{\eta_{\text{пер}} \cdot \eta_{\text{дв}}},$$

$N_e$  - мощность на валу компрессора,  $\eta_{\text{пер}}$  – КПД передачи,  $\eta_{\text{дв}}$  – КПД двигателя.